



Stödmaterial matematiksvårigheter

DEL 2

Att tillgodose behov av
stöd i matematik

En likvärdig utbildning för alla

Hos Specialpedagogiska skolmyndigheten får du stöd när du skapar lärmiljöer som är utvecklande och tillgängliga för alla. Vi erbjuder specialpedagogiskt stöd till förskolor och skolor i hela landet, svarar på frågor och erbjuder kurser och konferenser. Vi driver också flera specialskolor för olika målgrupper, fördelar statsbidrag och utvecklar läromedel. Välkommen till Sveriges största kunskapsbank inom specialpedagogik

Stödmaterial matematiksvårigheter

Del 2 – Att tillgodose behov av stöd i matematik

© Specialpedagogiska skolmyndigheten, 2020

Ansvarig på SPSM: Charlotta Müller

Innehållsansvarig: Jessica Magnusson, Heléne Slivka

Text/författare: Heléne Slivka, Jessica Magnusson samt Peter Gröndahl, Lärvision,

Projektledare: Jenny Ahinko

Produktion: Liljedal Communication AB

ISBN: 978-91-28-00979-9

Artikelnummer: 00979

Innehåll

Förord	5
Tillgänglighet och inkludering i matematikundervisningen	6
Inkluderingsbegreppet	6
Planering och utformning av undervisningen	7
Ledning och stimulans, extra anpassningar och särskilt stöd	8
Ledning och stimulans för en tillgänglig lärmiljö	8
Tydliggörande pedagogik	9
Extra anpassningar	10
Särskilt stöd	11
Steget före-undervisning	11
Responsiveness to intervention	12
Det åtgärdande arbetet	13
Effektiva metoder	13
Stödjande struktur 1 – Skapa positiva matematiska erfarenheter	14
Framgång föder framgång	14
Att få med alla elever	15
Matematikängslan	16
UmeMatte	16
Stödjande struktur 2 – Guida eleverna noggrant från konkret till abstrakt	16
Undervisning i fyra faser	18
Representationer som stöd	19
Stödjande struktur 3 – Låt eleverna samtala och resonera	20
Att samtala för att utveckla ordförrådet	21
Att stödja en nedsatt språklig förmåga i matematiska samtal	22
Stödjande struktur 4 – Utgå från elevens förståelse och strategier	23
Stödjande struktur 5 – Avlasta och stöd minnesfunktionerna	23
Att behålla kunskaper	24
Stödjande struktur 6 – Ge explicit undervisning	26
Stödjande struktur 7 – Undervisa om metakognition	27
Uppgiftsorientering	28
Intensivundervisning	28

Explicita instruktioner	29
Allmänt om explicita instruktioner	30
Exempel på explicita instruktioner	31
Stödinsats med fokus på språk	32
Stödinsats med fokus på aritmetik	34
Stödinsats med fokus på tallinjen	35
Referenser	37
Elektroniska källor	40

Förord

Specialpedagogiska skolmyndighetens förhoppning är att detta stödmaterial kan bidra till kunskap om matematiksvårigheter och vara ett stöd i lärares och elevhälsans arbete i att stötta varje enskild elev i sin matematikutveckling. Att beskriva matematiksvårigheter och dess orsaker på ett sätt så att det ger stöd till lärare och elevhälsa i det dagliga arbetet är en komplex uppgift. Vi vill därför rikta ett stort tack till er som i olika omfattning och på olika sätt, med stort engagemang, generöst har delat med er av er kunskap i framtagandet av detta stödmaterial.

Tack till

Anna Eva Hallin, forskare och leg. logoped, Karolinska institutet, Stockholm

Beatrice Sparreby, leg. logoped, Skånes kompetenscentrum för elever med dyslexi och dyskalkyli – SKED, Lund

Carina Ode, Daniel Lindau, Nabi Amanuel, Jonas Walfridsson och Olof Tyche, logopedkliniken på Danderyds sjukhus, Stockholm

Cecilia Sjöbeck, enhetschef och specialpedagog, Skånes kompetenscentrum för elever med dyslexi och dyskalkyli – SKED, Lund

Gunnar Sjöberg, forskare och docent, Umeå universitet

Gunilla Carlsson Kendall, leg. psykolog, Stockholm

Görel Sterner, fil.lic, Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet

Helena Roos, forskare och lektor vid Malmö universitet

Kenny Skagerlund, forskare och lektor, Linköpings universitet

Ola Helenius, forskare, Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet

Rickard Östergren, forskare och lektor, Linköpings universitet

Åsa Jönawi och Malin Jönsson, specialpedagoger, Skoldatateket, Lund

Tillgänglighet och inkludering i matematikundervisningen

Skolans uppdrag är att skapa en tillgänglig matematikundervisning som inkluderar alla elever i klassrummet och ger den enskilda eleven möjlighet att utvecklas så långt som möjligt enligt utbildningens mål. Denna utmaning kan inte en klasslärare lösa på egen hand. Det kräver en god organisatorisk struktur med ett nära samarbete mellan bland annat undervisande matematiklärare, personal med specialpedagogisk kompetens, rektor och övrig elevhälsa.

Inkluderingsbegreppet

Begreppet inkludering förekommer ofta i diskussioner i samband med organisering av stöd. Ett sätt att beskriva inkludering är utifrån följande former:

- Dynamisk inkludering har fokus på undervisningen för elever i behov av stöd och hur skolan ska organisera detta stöd. I matematiken kan det handla om intensivundervisning i perioder eller att lärare och speciallärare tillfälligt byter roller.
- Innehållsinkludering har fokus på själva undervisningen och hur undervisningen möter mångfalden i klassrummet. Frågor att ställa i relation till det matematiska innehållet är till exempel vilka representationer som används i undervisningen, vilka som är lämpliga för det aktuella innehållet och vilka som passar den enskilda eleven. Andra viktiga frågor kan exempelvis vara val av strategier och uppgiftstyper samt förhållandet mellan klassrumsundervisningen och specialundervisningens innehåll.
- Deltagande inkludering har fokus på elevens deltagande men även lärares lyhördhet för elevens vilja, självkänsla och självförtroende.¹

Det här arbetet kräver en god samverkan mellan olika professioner på skolan.

¹ Roos, 2016. Sterner, 2020

Planering och utformning av undervisningen

Elever gynnas av en god och välstrukturerad undervisning och av möjligheten att utforska matematiken både på egen hand och tillsammans med kamrater. Lärare bör planera och utforma sin undervisning så att alla elever ges bästa möjliga förutsättningar att utveckla sin matematiska förmåga. Planeringen ska fungera som en helhet som omfattar bland annat mål, delmål, aktiviteter, resurser i form av exempelvis läroböcker, digitala verktyg och konkret material samt bedömningsformer. Hur undervisningen ser ut för hela klassen får i sin tur konsekvenser för vilka extra anpassningar som blir möjliga.²

Det finns ingen universallösning för att säkerställa att alla elever ges möjlighet att bli inkluderade i matematikundervisningen. Hur verksamheter går till väga är alltid beroende av organisationen och de elever och lärare som är involverade i undervisningen. Det elever vittnar om då det gäller inkludering är bland annat att de önskar möta en variation av arbetsätt i matematikundervisningen.³

2 Sterner och Trygg, 2019

3 Roos, 2020

Ledning och stimulans, extra anpassningar och särskilt stöd

Bestämmelsen i skollagen om att ge alla elever ledning och stimulans innebär att skolan har ett kompensatoriskt uppdrag där strävan är att uppväga skillnader i elevers förutsättningar.⁴ Det innebär att matematikundervisningen behöver identifiera mångfalden i elevgruppen samt uppmärksamma behov av stöd.

En lärmiljö som erbjuder god ledning och stimulans till alla elever, vilket bland annat innefattar olika sätt att lära, gör att färre elever behöver individuella insatser såsom extra anpassningar och särskilt stöd. Med en tillgänglig lärmiljö kan skolan ofta arbeta förebyggande och hälsofrämjande istället för åtgärdande. Färre elever riskerar därmed att känna att de misslyckas.



Ledning och stimulans för en tillgänglig lärmiljö

För att veta vilken slags ledning och stimulans som passar just en specifik elevgrupp behöver elevernas förutsättningar och behov synliggöras. Som stöd för att kartlägga elevers kunskaper och identifiera behov av stöd i matematik, finns Skolverkets kartläggningsmaterial för förskoleklass och bedömningsstöd för årskurs ett.

Utöver att kartlägga elevernas matematikkunskaper behöver arbetslagets och elevhälsans erfarenheter och iakttagelser tas tillvara. Det är viktigt att

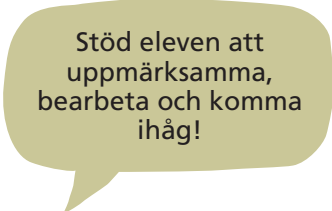
4 Skolverket, 2014

fånga upp faktorer som är kopplade till undervisningen men som inte har med direkta svårigheter i matematik att göra. Ibland behövs ytterligare kartläggningsmaterial utöver de nationella. Kartläggningen är ett stöd för verksamheten att hitta de rätta didaktiska verktygen och rätt kunskapsnivå. Vilka gruppsspecifika faktorer finns det att ta hänsyn till? Vad finns det för individspecifika aspekter som behöver uppmärksammas?⁵ Det är troligt att elever med olika individuella förutsättningar är hjälpta av samma stöd. En fråga att ställa sig i arbetslaget kan vara om det, utifrån de individuella förutsättningarna, går att identifiera exempelvis fem stödstrukturer som skulle hjälpa hela gruppen.

Genom att ringa in de stödbehov som finns på gruppnivå och diskutera vilka stödåtgärder som kan sättas in som ledning och stimulans, kan arbetet med extra anpassningar på nästa nivå underlättas.

Tydliggörande pedagogik

Vi vet av erfarenhet att tydliggörande pedagogik är en faktor som är nödvändig när det gäller vad skolan kan göra på nivån ledning och stimulans. Ett av syftena med tydliggörande pedagogik är att stödja elever att bearbeta, uppmärksamma och komma ihåg information. Bland annat används visuellt stöd för att stödja elever att tolka och förstå det de möter.⁶ Exempel på detta kan vara i samband med genomgångar och enskilt arbete i matematikboken. Båda är kritiska moment som riskerar att påverka elevernas delaktighet och lärande negativt om undervisande lärare inte är tillräckligt uppmärksamma på huruvida eleven tillgodosgör sig genomgångarna och det enskilda arbetet.⁷



Stöd eleven att uppmärksamma, bearbeta och komma ihåg!

Tydliggörande pedagogik innefattar till exempel:

- tydliga mål och delmål för lärande
- checklistor
- arbetsordningar
- ordlista med tillhörande bildstöd
- tankekartor
- färgkodning
- tidshjälpmedel.⁸

5 Roos, 2020

6 Sjölund, Jahn, Lindgren & Reuterswärd, 2017

7 Roos, 2019

8 Sjölund, Jahn, Lindgren & Reuterswärd, 2017

Genom tydliggörande pedagogik ökar chansen att den enskilda eleven upplever sin lärmiljö och sin situation mer begriplig och hanterbar. Detta är centrala begrepp inom teorin om ”känsla av sammanhang”, KASAM. Teorin går ut på att tillvaron måste upplevas som just begriplig, hanterbar och meningsfull. Frågor att ställa i matematikundervisningen kopplat till KASAM kan vara:

- Är innehållet presenterat på ett sådant sätt så att alla elever kan ta det till sig?
- Är genomgångarna hanterbara eller riskerar de att vara för långa och omfattande?
- Är lektionsmålen möjliga att nå eller finns det elever som aldrig når hela vägen fram?
- Är det tydligt vad eleverna förväntas kunna samt hur och när de ska visa sin kunskap?⁹

Det kommer alltid att finnas elever i behov av extra anpassningar och särskilt stöd. En målsättning bör ändå vara att dessa elever ska vara så få som möjligt genom att, inom ramen för den ordinarie klassrumsundervisningen, erbjuda en bred bas då det gäller ledning och stimulans. Om många elever i ett klassrum behöver extra anpassningar finns det anledning att som en första åtgärd se över om något kan göras i lärmiljön.

Extra anpassningar

I de yngre åren kan läraren genom Skolverkets kartläggningsmaterial¹⁰ och bedömningsstöd¹¹ få en indikation på att en elev är i behov av extra anpassningar eller särskilt stöd. I det fallet gör läraren en särskild bedömning av behovet i samråd med personal med specialpedagogisk kompetens. Exempel på indikationer finns i kartläggningsmaterialen och bedömningsstöden. Om läraren befärrar att en elev inte kommer att nå kommande eller aktuella kunskapskrav ska extra anpassningar sättas in skyndsamt.¹²

Det kan vara svårt att skilja på vad som är ledning och stimulans och vad som är extra anpassningar. Åtgärderna behöver inte skilja sig åt i så stor utsträckning. Det handlar snarare om intensitet och hur individriktad en stödåtgärd är. Skolor med ett välutvecklat arbete med stödstrukturer i den ordinarie undervisningen har ofta färre lösningar med extra anpassningar.

9 Sjölund et al, 2017

10 <https://www.skolverket.se/undervisning/forskoleklassen/kartlaggning-i-forskoleklassen>

11 <https://www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/bedomning-i-grundskolan/bedomningsstod-i-amnen-i-grundskolan/bedomningsstod-matematik-grundskolan>

12 SFS 2010:800

”Extra anpassningar är en stödinsats av mindre ingripande karaktär som normalt är möjlig att genomföra för lärare och övrig skolpersonal inom ramen för den ordinarie undervisningen. Det måste inte fattas något formellt beslut om denna stödinsats”.

ur Skolverkets allmänna råd *Arbete med extra anpassningar, särskilt stöd och åtgärdsprogram*.

Särskilt stöd

I den särskilda bedömningen kan det visa sig att det är aktuellt med en anmälan till rektor om att skolan behöver utreda om en elev är i behov av särskilt stöd. Det kan också vara så att man efter en tid med extra anpassningar inom den ordinarie undervisningen ändå befäradar att eleven inte kommer att nå de kunskapskrav som minst ska uppnås. Även detta ska anmälas till rektor, som skyndsamt ska se till att en utredning av elevens behov av särskilt stöd genomförs. Om en utredning visar att en elev är i behov av särskilt stöd ska eleven ges ett sådant stöd och ett åtgärdsprogram ska utarbetas.¹³

”Särskilt stöd handlar, till skillnad från stöd i form av extra anpassningar, om insatser av mer ingripande karaktär som normalt inte är möjliga att genomföra för lärare och övrig skolpersonal inom ramen för den ordinarie undervisningen. Det är insatsernas omfattning eller varaktighet, eller både omfattningen och varaktigheten, som skiljer särskilt stöd från det stöd som ges i form av extra anpassningar.”

ur Skolverkets allmänna råd *Arbete med extra anpassningar, särskilt stöd och åtgärdsprogram*.

Bättre att ligga
steget före än
efter!

Steget före-undervisning

Steget före-undervisning genomförs som en förberedelse för den ordinarie matematiklektionen. Läraren kan förklara ord och vara ett stöd i språkutvecklingen, förbereda eleven på vad som ska tas upp på kommande lektion samt repetera det som togs upp på föregående lektion. Elever som har deltagit i steget före-undervisning har visat på större självförtroende och större delaktighet vid samtal i genomgångar.

På en skola i Borås har man provat metoden som en sorts intensivundervisning för att ge nyanlända elever ökade möjligheter att lyckas i matematikämnet. Där använde läraren ett digitalt flerspråkigt läromedel på elevernas modersmål så

13 SFS 2010:800

att de hade möjlighet att lära sig det matematiska innehållet på sitt starkaste språk. Studiehandledarna på skolan involverades också i arbetet.¹⁴

På Rosengårdsskolan i Malmö börjar man varje lektion med en problemlösningssuppgift. Om det behövs får elever i behov av stöd en genomgång av uppgiften före lektionen i samarbete med studiehandledaren. Skolan har sett att detta har ökat elevernas delaktighet och kommunikation.

Responsiveness to intervention

Forskning i exempelvis USA, England och Kanada har utvecklat metoden Responsiveness to intervention, RTI, för att diagnostisera och utesluta bristfällig undervisning som en förklaring till elevers matematiksvårigheter. Metoden syftar till att identifiera elever som inte gör förväntade framsteg i klassundervisningen trots undervisning av god kvalitet. När dessa elever är identifierade erbjuds de intensiva, beprövade specialpedagogiska insatser i liten grupp. Det förutsätter att eleverna i gruppen har behov av samma undervisningsinnehåll. De individuella åtgärderna utarbetas efter en noggrann analys. Eleverna ska fortsätta följa klassrumsundervisningen och samtidigt få stödet under en begränsad period. Om undervisningen i den lilla gruppen inte leder till önskat resultat, får elever i behov en till en-undervisning under en begränsad tid. Det elever ofta behöver är mer tid för lärarledd undervisning, mer djupgående matematiska samtal och mer av strukturerad explicit undervisning av en kunnig och engagerad lärare.¹⁵

Det pågår forskningsprojekt i Sverige som utgår från RTI-modellen, och som är anpassade till svensk kontext. Fokus ligger på tidig taluppfattning och evidensbaserad undervisning i taluppfattning från årskurs ett.¹⁶

14 Dahlberg & Nilsson, 2020

15 Sterner, 2020

16 Roos, 2020

Det åtgärdande arbetet

Det kommer alltid att finnas elever som trots en tillgänglig och inkluderande matematikundervisning behöver mer lärarledd undervisning, mer djupgående matematiska samtal och mer strukturerad explicit undervisning.¹⁷ Oavsett när svårigheter upptäcks visar studier att elever i matematiksvårigheter kan vara mycket mottagliga för insatser i undervisningen.

Individuellt anpassat arbete med elever som riskerar att utveckla matematiksvårigheter gör stor skillnad för deras kunskapsutveckling. Den tid som läggs på sådant arbete behöver i många fall inte vara särskilt omfattande för att ge resultat. Däremot kan elever behöva insatser av olika omfattning, i olika form och för olika delar av matematiken under sin skoltid.¹⁸

Insatser kan effektivt avhjälpa matematiksvårigheter och förhoppningsvis också förbättra elevens inställning till matematik. När det gäller exempelvis svårigheter med taluppfattning är det önskvärt med insatser så tidigt som möjligt under skolgången. Detta för att förebygga att svårigheterna påverkar elevers kunskapsutveckling när de kommer upp i de högre årskurserna eller att elever utvecklar matematikängslan. Kunskapsutvecklingen kan avstanna om eleverna inte förstår och behärskar den grundläggande matematiken. Därför är det viktigt med tidiga insatser. Det kan vara allt från insatser som omfattar en hel skola till individuella insatser.¹⁹

Effektiva metoder

En studie har undersökt vilka arbetssätt eller pedagogiska undervisningsmetoder som leder till uppfyllelse av kunskapsmål för elever i svårigheter, bland annat med fokus på matematik. Rapporten visar att effektiva metoder ofta är lärarledda och innebär någon slags förändring i undervisningssättet, till exempel metakognitiv träning och fokusering på problemlösning. Rapporten visar också att effekten kvarstår under en längre tid om elever får möjlighet till inflytande.²⁰ Även om det inte finns någon lösning som fungerar för alla elever i matematiksvårigheter, finns det återkommande insatser som forskning framhåller som framgångsrika. Det är exempelvis explicita

Elevers möjlighet till inflytande har betydelse för insatsers effekt.

17 Sterner, 2020

18 Dowker, 2004

19 Dowker, 2019

20 Almqvist, Malmqvist & Nilholm, 2015

instruktioner, elevers matematiska resonering, visuella representationer och heuristiska strategier. Heuristiska strategier innebär att eleven får olika lösningsförslag presenterade för sig, utvärderar de olika förslagen och kommer fram till en bra och fungerande lösning.²¹

Utifrån forskningen om framgångsrika insatser följer här förslag på stödjande strukturer att använda sig av och luta sig mot i arbetet med elever i matematiksvårigheter. Därefter beskrivs hur intensivundervisning kan organiseras. Avslutningsvis finns en beskrivning av explicita instruktioner.

Stödjande struktur 1 – Skapa positiva matematiska erfarenheter

Vissa saker i och utanför skolan lär vi oss av bara farten. Detta informella och ofta intressedrivna lärande kan ställas mot skolans mer formaliserade undervisningssituationer som innebär att eleven ska lära sig det som någon annan har bestämt. Att motivation spelar en viktig roll för vårt lärande är inte svårt att förstå. Motivation, tillsammans med förståelse, framhålls som starkt förankrade delar i människans naturliga sätt att lära. Inom pedagogiken blir då en grundläggande fråga hur man skapar motivation i ett formellt lärande.²²

Framgång föder framgång

Motivation skapas av framgång, genom att klara av och lyckas med uppgifter. När elever upplever sig behärska en färdighet ökar motivationen för nästa aktivitet. Om en elev däremot ofta stöter på motgång och misslyckanden eller upplever lärandet som för svårt kan det leda till minskat självförtroende och bristande motivation.²³ Därför är det av stor vikt att du som lärare skapar ett inlärningsklimat där alla elever känner att de gör framsteg. Ett kännetecken för ett positivt inlärningsklimat är att även elever som har svårare att lära sig matematik upplever att de gör framsteg och är motiverade att delta i undervisningen. Det innebär också att eleverna är trygga i vetenskapen om att det du ber dem göra är bra för deras lärande.

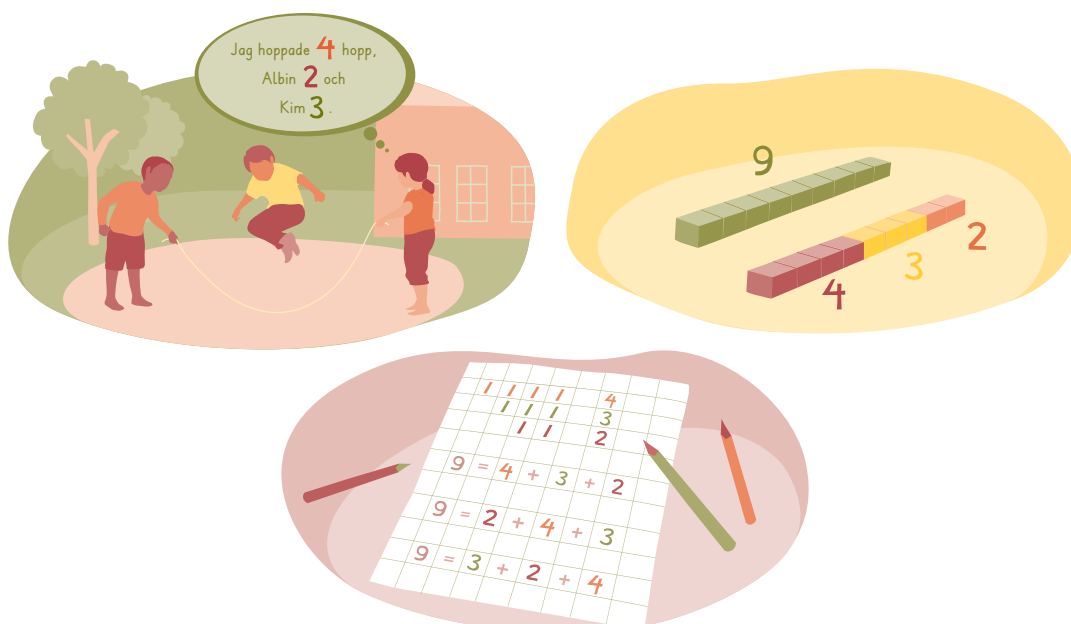
21 Gersten, Chard, Jayanthi, Baker, Morphy & Flojo, 2009. Butterworth & Yeo, 2010

22 Gärdenfors, 2010

23 Specialpedagogiska skolmyndigheten, 2018

Att få med alla elever

Matematiskt arbete bygger på att använda ett formaliserat symbolspråk, men också på att illustrera med bilder och relatera till praktiska situationer. För att matematikundervisningen ska fungera för så många elever som möjligt måste dessa olika delar integreras. Samtidigt som undervisningen gradvis ska leda eleverna mot att kunna behärska den formella matematiken och hantera dess symbolspråk, måste de matematiska begreppen och metoderna också förankras i visuella representationer och konkreta situationer som de kan känna igen sig i. Undervisningsaktiviteterna måste alltså bygga på att flera representationer finns tillgängliga och att läraren tillsammans med klassen visar hur dessa hänger ihop. Den formellt representerade matematiken kan ges mening genom att användas som beskrivning eller benämning på resonemang som utförs med hjälp av laborativt material, bilder eller genom referens till konkreta situationer som eleverna redan är bekanta med.²⁴



Ge eleverna tid att tänka och uppmuntra dem att ge uttryck åt varje svårighet de stöter på.²⁵ Planera matematiklektionerna så att de innehåller variation. Exempelvis kan en svår och relativt ny aktivitet följas av en lättare med mer välbekanta och befästande övningar. Arbetet kan även avbrytas med korta lekar eller spel som är anpassade till det aktuella ämnesinnehållet.²⁶

24 Helenius, 2020

25 Butterworth & Yeo, 2010

26 Butterworth & Yeo, 2010

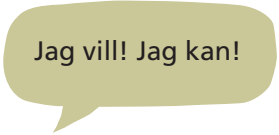
Matematikängslan

För elever som har en stark oro och ängslan inför matematik är varje positiv erfarenhet en vinst. Genom att tidigt skapa ett tillåtande klimat i klassrummet där fokus snarare ligger på elevernas tankar och resonemang än på svar som är rätt eller fel kan du som lärare förebygga risken för elever att hamna i matematikängslan. Ibland kan negativa inställningar till matematik ha förts över hemifrån. Därför är det av vikt att skapa en positiv inställning till matematik både hemma och i skolan. Studier har visat att om elever ges möjlighet att uttrycka sina känslor och sin oro inför exempelvis prov, kan de negativa känslorna minska.²⁷ I en aktuell studie fick eleverna skriva ner sina tankar och känslor. Med yngre elever kan detta kanske göras muntligt istället.

UmeMatte

UmeMatte är en del av Umeå kommuns satsning på specialundervisning i grundskolan för elever i behov av stöd i matematik. I den modell som har tagits fram ingår mental träning som en metod för att förändra självbilden, stärka självförtroendet och öka motivationen. De elever som följer modellen gör träningen ca tio minuter i veckan. Träningen har sin utgångspunkt i Carol Dweck och hennes forskning om dynamiskt och statiskt tankesätt och hur man kan se på kunskapsinhämtning. Ett statiskt tankesätt innebär att den intelligens man föds med är konstant och opåverkbar. Ett dynamiskt tankesätt innebär att alla kan utveckla sin intelligens men att det kräver hårt arbete. Likt en muskel som behöver träning för att bli stark behöver hjärnan träna för att förstå matematik.

Eleverna får undervisning om tankens kraft samt träning i att identifiera positiva och negativa tankar. De uppmärksammas på flykt- och kämparbeteenden och att de aktivt kan välja beteende. Liksom livet går inte heller matematikundervisningen på räls och elever kommer att möta både med- och motgångar. Därför får eleverna redskap att använda när negativa tankar kommer, till exempel positiva affirmationer.²⁸



Jag vill! Jag kan!

Stödjande struktur 2 – Guida eleverna noggrant från konkret till abstrakt

Matematisk förståelse byggs från ett konkret sammanhang till att senare hantera abstrakta begrepp som tal och siffror. En undervisning som utgår från och startar i abstrakt matematik riskerar exempelvis att leda till felinlärningar och

²⁷ Ramirez & Beilock, 2014. Se Skagerlund, Östergren, Västfjäll & Träff, 2019

²⁸ Bergström & Nyberg, 2020

utveckla matematiksvårigheter hos eleverna. Därför är det viktigt att eleverna befäster den matematiska förståelsen på en konkret nivå.²⁹

En studie visar hur elever skapar kunskap om tal. I linje med den kan vi uppfatta att matematiken, och hur den kommuniceras och begreppsliggörs, kan förstås utifrån en metafor med tre världar:

1. Den verkliga, konkreta världen.
2. Den verbalt språkliga världen: till exempel räkneorden eller ikoniska representationer.
3. Den symboliska världen: till exempel 1, 2, 3, + och -.³⁰

En ikonisk representation kan exempelvis vara ritade streck IIII

Matematisk förmåga har sin grund i kunskaper om och förståelse för begreppsmässiga samband mellan dessa tre världar. Den verbala, språkliga världen förefaller vara den viktigaste av de tre när det gäller att bygga upp matematisk kompetens. Genom att kommunicera och resonera om olika slags representationer som till exempel konkret material, egna teckningar eller bilder, kan eleverna utveckla matematiska idéer och skapa samband mellan dessa. När eleverna beskriver matematiska aktiviteter med olika uttryck, jämför och ser samband mellan sina egna och andras sätt att beskriva samma aktivitet, utvecklar de sin förståelse för matematiska begrepp.³¹ För elever i matematiksvårigheter eller elever med begränsade erfarenheter av mängder eller av att räkna, kan således den muntliga meningsskapande delen av lektionen vara den viktigaste.³²

En egenskap hos symboler som siffror och andra matematiska tecken är att det inte är möjligt att förstå deras innebörd bara genom att titta på dem. Två saker, exempelvis två stenar, kan man förstå något om genom att titta på sakerna i sig. Detsamma gäller för den ikoniska representationen av två, som kan skrivas II. Symbolen 2 kan däremot bara få mening om den explicit kopplas till sin betydelse. Därför kräver förståelse för symboler att dessa knyts till konkreta sammanhang.³³ Det är alltså först när själva räkneorden får mening genom en koppling till kvantiteter och verkliga föremål som elever är redo att förstå de formella symbolerna.³⁴ Något som är viktigt att understryka här är betydelsen av att elever inte lämnas att göra denna koppling på egen hand, eftersom detta kräver samspel och dialog med läraren.

29 Griffin, 2007

30 Griffin, 2007

31 Sterner, Helenius & Wallby, 2020

32 Griffin, 2007

33 Helenius, 2020

34 Griffin, 2007

Ett matematiskt begrepp kan exempelvis vara ett objekt som en kvadrat, en process som subtraktion eller en egenskap som volym.

Se Roos, H. & Trygg, L. (2018). Begrepp och representationer. Skolverket.

Undervisning i fyra faser

Undervisning som börjar i arbete med konkreta objekt som sedan representeras på olika sätt för att slutligen landa i att abstraheras med matematiska symboler kallas Concrete – Representational – Abstract, CRA. Inom svensk matematik-didaktisk forskning och utvecklingsarbete har modellen utvecklats till att beskrivas som en undervisning i fyra faser.³⁵

Den konkreta fasen. För att matematiska begrepp och idéer ska bli begripliga arbetar man med fördel muntligt i kombination med att använda konkret och laborativt material. När eleverna samtalar, rör och flyttar på materialet leder det till en djupare förståelse. Målet är att eleverna ska kunna berätta om det matematiska innehållet med egna ord.³⁶

Den representativa fasen. I nästa steg får eleven möta olika representationer av matematiska begrepp och samtidigt föra matematiska resonemang med sin lärare. Eleven kan använda egna teckningar, bilder, streck och så vidare. Målet är att eleven i den här fasen ska släppa det konkreta materialet och istället utveckla andra strategier, såsom att rita en lösning. Genom att rita egna teckningar utvecklar eleven inte bara problemlösningstrategier utan också en strategi att falla tillbaka på. Återigen är det viktigt att poängtera att resultatet blir bättre om lärare och elev arbetar med representationerna tillsammans och om läraren har valt representationsform utefter den enskilda elevens utvecklingsbehov.³⁷

Exempel på representationer är ord, symboler och bilder.

Den abstrakta fasen. Först när eleven har utvecklat en konkret och representativ förståelse för ett begrepp är det dags att fördjupa och utveckla förståelsen till en mer abstrakt nivå.³⁸

Återkopplingsfasen. Det finns också en fjärde fas beskriven. Det är den del av undervisningen då läraren stödjer eleven i att befästa och återkoppla genom att se samband med tidigare befäst kunskap.³⁹

Representationerna kan ses som en länk från det konkreta arbetet till det mer abstrakta tänkandet. Det är också viktigt att även se det från andra hållet, det vill säga som ett sätt att hjälpa eleven att tillämpa abstrakt matematik i konkreta situationer.⁴⁰ Undervisningen ska leda till att eleven utvecklar förmågan att flexibelt röra sig åt båda hållen.

35 Sterner & Trygg, 2019

36 Sterner, 2020

37 Sterner, 2020

38 Sterner, 2020

39 Sterner, 2020

40 Roos & Trygg, 2018

Representationer som stöd

Elever i svårigheter eller elever med begränsade matematiska vardagserfarenheter och begränsade erfarenheter av att räkna, behöver extra mycket stöd för att skapa samband mellan i första hand erfarenheter av kvantiteter och verbala uttryck och i andra hand hur detta relaterar till den symboliska världen. Elever behöver möta siffror, tal och annat matematikinnehåll på olika sätt men ändå strukturerat. För elever som hamnar i svårigheter i sitt matematiklärande kan en tydlig struktur vara avgörande.⁴¹

För att nå alla elever är det nödvändigt att använda olika former av representationer i undervisningen. Elever i matematiksvårigheter behöver mycket stöd för att kunna använda olika representationer. Läraren behöver ge tydlig vägledning och samtidigt vara vaksam på att representationerna verkligen fungerar som ett stöd och inte skapar förvirring.⁴²

Elever kan vanligen generalisera kunskap som de redan har. Till exempel kan många elever som vet att $2 + 2 = 4$ använda den kunskapen för att komma till slutsatsen att $2 + 3 = 5$. Elever i matematiksvårigheter kan inte alltid göra detta, men laborativt material kan stödja eleverna att göra en sådan generalisering.⁴³

Genom att utgå från exemplet ovan skulle en undervisning på de olika nivåerna kunna se ut så här:

Den konkreta fasen. Lärare och elev resonerar kring uttrycket $2 + 2$ med hjälp av exempelvis multilinkkuber, pärlband eller tiobasmaterial. Så småningom läggs ytterligare en kub, pärla eller kloss till.

Den representativa fasen. Eleven får möta olika representationer av uttrycken $2 + 2$ och $2 + 3$. Ett sätt att göra detta är att eleven själv får beskriva sitt tänkande på en tallinje eller rita en egen bild.

Den abstrakta fasen. Med stöd av lärare och till exempel egna bilder löser eleven uttrycken ovan och liknande operationer med exempelvis huvudräkning.

Exempel:

$$2 + 2 = 4$$

$$2 + 3 = 5$$

$$2 + 2 + 1 = 5$$

Återkopplingsfasen. Eleven får ökad förståelse genom att läraren exempelvis visar på samband med sådant eleven tidigare har arbetat med. I det här fallet kan det handla om att eleven kan utnyttja tidigare kunskap om ”dubblor” i uttryck som ovan.

41 Holgersson, 2018

42 Roos et al, 2018

43 Butterworth, 2019

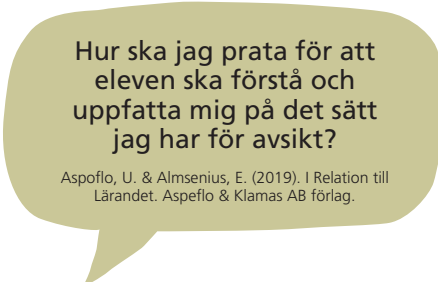
Detta exempel är en slags modell för hur arbete med den konkreta, representativa och abstrakta fasen kan se ut för ökad förståelse av sambandet mellan exempelvis $2 + 2 = 4$ och $2 + 2 + 1 = 5$. I undervisningen måste detta arbete pågå långsiktigt och ihärdigt.

Stödjande struktur 3 – Låt eleverna samtala och resonera

Med vetenskapen om betydelsen av den muntliga meningsskapande delen av matematikundervisningen följer att skapa ett bra klimat för samtal som fokuserar på matematik. För att alla elever ska kunna få förutsättningar att nå målen för utbildningen behövs en miljö med tillgång till varierande sätt att uttrycka sig och kommunicera. Det kräver i sin tur att du som lärare även arbetar med grundläggande värderingar och relationer för att skapa ett tryggt och utvecklande samtalsklimat. Kommunikation är en social process som innebär att dela tankar, känslor och erfarenheter med andra och bygger på ömsesidighet och gemenskap.⁴⁴

Som lärare behöver du göra såväl kommunikation som instruktioner tillgängliga utifrån dina elevers behov. Detta måste du även ta i beaktande i arbetet med elever i matematiksvårigheter. En del elever kan behöva samtala i mer riktad form, dels för att få möjlighet att resonera och beskriva delar av matematiken som klasskamrater kanske redan har förstått, men också för att kunna delta i meningsfulla samtal i helklass.

Mycket av det språk som används i matematiken kan vara svårt för elever i matematiksvårigheter att förstå och därmed vara ett hinder för inläring.⁴⁵ Det är dock värt att tänka på att det inte är orden i sig som är svåra utan det som orden betecknar. För att komma åt det måste eleven, som beskrivits i tidigare avsnitt, få arbeta med olika representationer och samtidigt få föra matematiska resonemang med sin lärare.⁴⁶ Målet är att ord och symboler ska knytas till ett upplevt meningsfullt innehåll. Lärarens viktiga roll är bland annat att använda och väva in de korrekta termerna och symbolerna.⁴⁷



Hur ska jag prata för att eleven ska förstå och uppfatta mig på det sätt jag har för avsikt?

Aspöflo, U. & Almsenius, E. (2019). I Relation till Lärandet. Aspöflo & Klamas AB förlag.

44 Specialpedagogiska skolmyndigheten, 2018

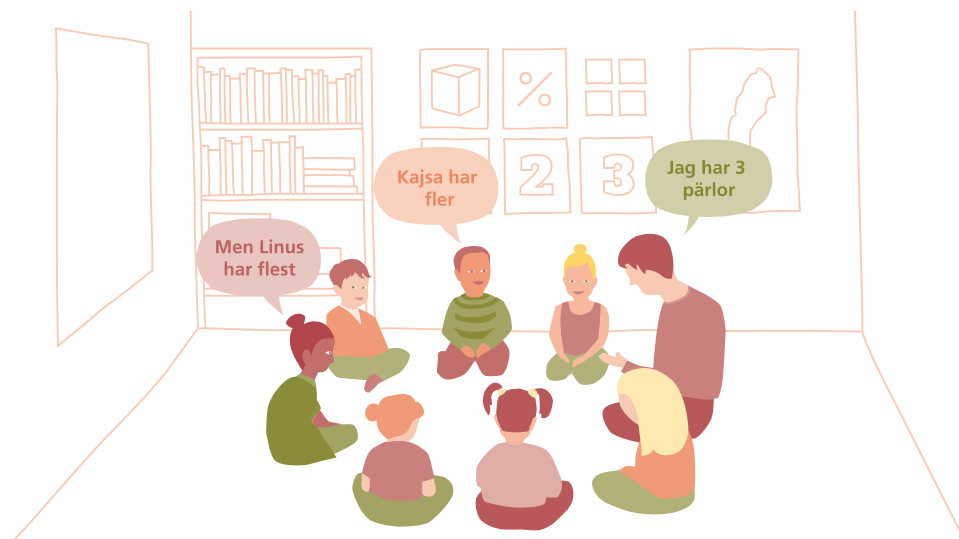
45 Butterworth & Yeo, 2010

46 Sterner, 2020

47 Butterworth et al, 2010

Att samtala för att utveckla ordförrådet

Det är många ord och termer, både allmänna och matematiska, som eleverna ska utveckla förståelse för och införliva i sitt ordförråd. Tidigt möter de ord som fler än, färre än, lika många, tal, antal, siffra och så vidare.



En typ av ord som elever tidigt möter i sin vardag och som också är viktiga matematikord är sådana som vi använder för att göra jämförelser, uppskattningar och bedömningar av till exempel storlek, antal, kvantitet, höjd, bredd, tjocklek och ålder. Jämförelseord är relativa och subjektiva. Vad som bedöms som tjockt eller smalt, många eller få, beror på vad man jämför med. För att orden ska få en så rik och flexibel innebörd som möjligt är det viktigt att eleverna får använda dem i många varierande situationer.⁴⁸

Ett medvetet sätt att arbeta med att utöka elevernas ordförråd i matematik är att hjälpa dem att skapa egna matematikordlistor.⁴⁹ För flerspråkiga elever kan ordlistor på flera språk vara en hjälp både för eleven och för den som ger stöd. Listor med matematikord finns på Skolverkets webbplats: <https://www.skolverket.se/skolutveckling/inspiration-och-stod-i-arbetet/stod-i-arbetet/resurser-for-undervisning-i-modersmal#h-Matematikbegreppochandramaterial-forundervisningimatematik>

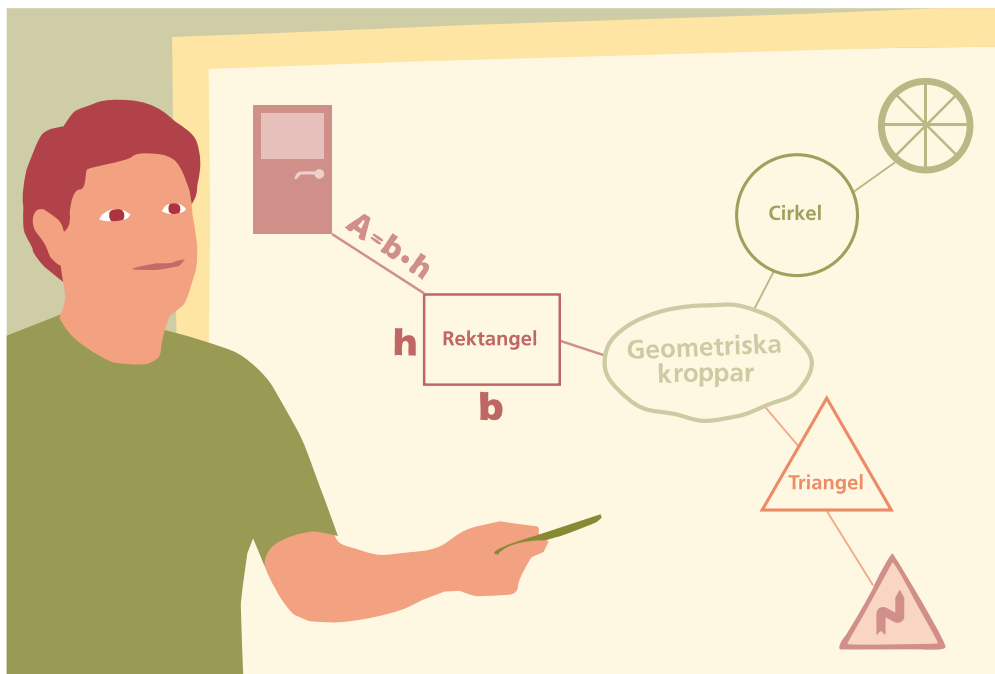
Att stödja en nedsatt språklig förmåga i matematiska samtal

För elever i matematiksvårigheter som också har en nedsatt språklig förmåga kan de matematiska samtalen innebära en stor utmaning. För dessa elever kan bildstöd eller visuellt stöd vara en viktig stödstruktur. Visuellt stöd kan exempelvis

48 Sterner, Helenius & Wallby, 2020

49 Malmer, 2002

vara skriven text, tankekartor, tecken, foton eller filmer. En tankekarta visar kopplingen mellan olika idéer och hjälper eleven att sortera informationen.⁵⁰



Ett exempel är att låta elever göra tankekartor med allt de vet om ett ämne i uppstarten av ett nytt arbetsområde. I det arbetet kan olika grad av stödstrukturer erbjudas. En del elever kan välja att använda färdiga bilder och formuleringar medan andra kan skapa fritt. Om eleverna, efter avslutat arbetsområde, sedan får göra en ny tankekarta så kan det vara ett sätt att synliggöra kunskapsutvecklingen.

Ytterligare en viktig aspekt är att eleverna kontinuerligt får träna på aktuella matematikord genom att använda dem i ett sammanhang. Eleverna kan exempelvis få dra ett kort och bilda en mening med ordet och bilden som finns på kortet. Genom att låta eleverna lyssna på varandras beskrivningar kan innebörden av orden utvecklas.

Kom ihåg att elever med nedsatt språklig förmåga behöver mer tid för att träna och befästa sådant som andra elever kanske lär sig enbart genom att möta innehållet i den ordinarie undervisningen.⁵¹

Elever med nedsatt språklig förmåga behöver uppmärksammas på ord och begrepp samt få tid att träna och befästa dem!

50 Hallin, 2019

51 Mainela-Arnold, Alibali, Ryan & Evans, 2011. Hallin, 2019

Stödjande struktur 4 – Utgå från elevens förståelse och strategier

I undervisningen är det viktigt att ta hänsyn till och utgå från elevernas tidigare kunskaper och erfarenheter. Undervisningen bör också följa en på förhand uttänkt sekvens så att eleverna får möjlighet att skapa viktiga erfarenheter och kunskaper som kommer att vara nödvändiga för deras fortsatta lärande.⁵²

Elever i matematiksvårigheter behöver ofta mer tid att träna räknefärdigheter än vad de ges möjlighet till under en lektion. Eleverna kan också bli osäkra om stegringen av färdigheterna går för fort. Det eleverna verkade ha förstått på den senaste lektionen, kan de ha glömt på nästa lektion. Detta innebär att undervisningen bör gå framåt i små steg och att elever i matematiksvårigheter ges möjlighet till omfattande träning av färdigheterna.⁵³

Låt gärna eleverna använda strategier som känns naturliga för dem så länge som de behöver dessa strategier. Samtidigt är det viktigt att visa och tillsammans med eleverna prova ett brett register av olika effektiva problemlösningstrategier. De flesta elever, och även vuxna, använder fingrarna för att räkna och lösa räkneproblem som inte lätt löses i huvudet och överger denna strategi så snart den inte längre behövs.⁵⁴ Målet för en elev kan vara att fingerräkning på sikt ska ersättas med en mer effektiv metod, men det bör ske i ett tillitsfullt klimat. Elever vittnar om att de under sin skoltid ibland försökt dölja sina fingrar och sin strategi. I all undervisning ska strävan vara en lärmiljö där alla kan känna sig trygga, engagerade och erkända.⁵⁵

Stödjande struktur 5 – Avlasta och stöd minnesfunktionerna

Som tidigare konstaterat är arbetsminnet begränsat. Om arbetsminnet överbelastas är risken större att elever inte förstår, missuppfattar, blir förvirrade och att viktig kunskap inte förankras i långtidsmminnet. Lärandet tappar styrkraft. Det är därför av stor vikt att se till att eleverna kan tillgodogöra sig undervisningen utan att överbelasta sitt arbetsminne. Exempel på sådant som kan fylla elevers arbetsminne är röster, bakgrundsljud, saker som är uppsatta på väggarna, en blandning av text, siffror och symboler på tavlan eller på arbetsblad och inte minst oro.⁵⁶ Muntliga genomgångar utan bildstöd ställer höga krav på elevers arbetsminne. En första åtgärd är således att se över lärmiljön i klassrummet.

52 Griffin, 2007

53 Griffin, 2007

54 Griffin, 2007

55 Specialpedagogiska skolmyndigheten, 2018

56 Barton, 2019

I matematikundervisningen kan ett antal åtgärder vidtas för att minska risken för en överbelastning av elevernas arbetsminne. Redan i planeringen av undervisningen kan det vara bra att du som lärare funderar över vilka krav på minnet en tänkt aktivitet kommer att ställa. I möjligaste mån kan sedan instruktionerna anpassas så att kraven minskar. Det är bättre med fler korta instruktioner än få och långa.⁵⁷ Ge eleven visuella arbetsordningar och förstärk inläring och begrepp med bildstöd. Vid tabellträning kan tabellerna visas som bilder eller mönster för att eleverna ska förstå istället för att de ska försöka minnas utan att ha något att hänga upp kunskapen på.⁵⁸ Var uppmärksam på när eleven inte klarar att hålla olika moment i huvudet och visa på minnesanteckningar som strategi för att strukturera ett arbete eller en uppgift. Kontrollfrågor kan synliggöra om en elev behöver hjälp att hitta tillbaka till uppgiften. Om eleven får kontrollfrågorna visuellt kan de vara ett stöd för att påminna om vad hon eller han ska göra.⁵⁹



Att behålla kunskaper

En återkommande beskrivning av elever i matematiksvårigheter som Specialpedagogiska skolmyndigheten får är att elever tycks ha lärt sig ett innehåll en dag för att nästa dag ha glömt det. Frågan många lärare ställer sig är hur undervisningen ska organiseras för att elevernas ska behålla sina kunskaper.

57 Sterner, 2020

58 Roos, 2020

59 Sterner, 2020

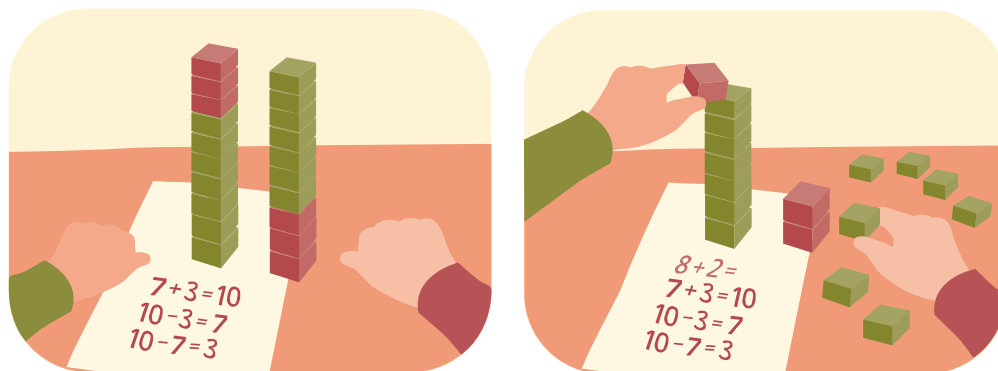
Det är lätt att vilseledas att tänka att elevers enskilda prestationer är synonymt med att ett lärande har skett. Lärande kan beskrivas som en förändring i långtidsminnet. Det handlar enkelt uttryckt om sammanlänkade fakta och procedurer som lagras och ordnas i långtidsminnet i form av det man inom forskning kallar scheman. Man kan till exempel ha scheman för att addera bråk. Dessa innehåller all den kunskap om just addition av bråk som man har skaffat sig. Det här är såklart en mycket förenklad bild av inläring och det finns även andra förklaringsmodeller.⁶⁰

En del elever tycks dock inte skapa långtidsminnen av viktiga matematiska fakta enbart genom att exempelvis utföra övningsuppgifter. Dessa elever behöver mer fokuserad och strukturerad träning, till exempel genom att bygga tydliga matematiska strukturer runt talfakta eller annan fakta som de ska lära sig.

Om målet är att eleven ska lära sig att $7 + 3 = 10$ men att också $3 + 7 = 10$ skulle undervisningen kunna se ut så här:

1. Eleven bygger tiostaplar med $7 + 3$ och $3 + 7$ där trean och sjuan har olika färger.
2. Uttrycket $7 + 3 = 10$ kopplas till $10 - 3 = 7$ och $10 - 7 = 3$. På detta sätt fångas också sambanden mellan addition och subtraktion upp.
3. Med utgångspunkt i $7 -$ stapeln och $3 -$ stapeln flyttas en kloss från trean till sjuan, vilket visar att $8 + 2$ också är 10. Detta kan konstateras därför att eleven redan har kommit fram till att $7 + 3 = 10$. Alltså är $7 + 3 = 8 + 2$.
4. Genom träning av talfaktan $7 + 3$ har eleven nu även fått kunskap om att omvandla additioner, vilket är en viktig matematisk strategi.

Målet är att eleven ska skapa ett nät av associationer till talfaktan. Ju fler associationer, desto enklare att plocka fram faktan från minnet.



60 Barton, 2019

Stödjande struktur 6 – Ge explicit undervisning

All pedagogik bör vara ett meningsskapande arbete. Elever i matematiksvårigheter måste, kanske i större utsträckning än elever utan svårigheter, få möta uppgifter som berör, engagerar och uppfattas som relevanta. Men dessa elevers väg in i det formella arbetet med tal och räkning måste också vara mer systematisk, mer strukturerad och mer genomtänkt än vad de flesta andra elever har behov av. Elever i matematiksvårigheter behöver mer direkt och konkret undervisning om antal och räkneoperationer. Utan sådan undervisning kan eleven lätt fastna i felaktiga hypoteser om hur talsystemet fungerar och används. Här behöver eleverna snabb och korrigerande återkoppling från dig som lärare. Uppmärksamma också vad eleverna övar så att övningen befäster kvaliteter i kunnande som stödjer elevens kunskapsutveckling och inte blir missriktad färdighetsträning där eleven befäster omständliga och icke utvecklingsbara strategier.⁶¹ Vår erfarenhet är att både felinlärningar och missriktad färdighetsträning riskerar att leda till en negativ spiral där elevens självförtroende tar skada.



Elever i matematiksvårigheter gynnas av en undervisning som innehåller explicita matematiska instruktioner med enkla stegvisa procedurer. Resultat från forskning antyder att explicita instruktioner kan spela en nyckelroll i undervisningen av dessa elever. Läraren bör modellera varje steg i processen fram till lösningen av problemet och tänka högt om de strategier som används under problemlösningen.

61 Lundberg & Sterner, 2009

Tänk högt
tillsammans med
din elev.

Eleverna bör ges många möjligheter att lösa problem med de strategier som läraren undervisar om och få återkoppling från läraren så att de kommer vidare när de stöter på svårigheter.⁶²

Du kan läsa mer om explicita instruktioner i slutet av denna del av stödmaterialet.

Stödjande struktur 7 – Undervisa om metakognition

Metakognitiva undervisningsstrategier handlar enkelt uttryckt om att undervisa elever om olika sätt att tänka. Det är ett sätt att hjälpa eleverna att skaffa sig kognitiva färdigheter eller strategier.⁶³

I detta ingår att undervisa om färdigheter som:

- självreglering
- visualisering
- planering
- memorering
- analysering
- associering
- att använda ledtrådar
- att tänka om att tänka.

Dessa strategier är särskilt bra för elever med inlärningssvårigheter.⁶⁴

En del elever behöver exempelvis stöd i att verbalisera sina strategier och ”tänka högt” för att kunna arbeta metodiskt och strategiskt.⁶⁵ Enligt forskning om undervisning av elever i behov av särskilt stöd i matematik utvecklar eleverna sina kunskaper genom att sätta ord på lösningar av matematiska problem. Eleverna kan formulera de olika stegen i lösningen som påståenden: ”Börja med att addera entalen. Skriv svaret. Addera sedan tiotalen...” eller som frågor och svar: ”Vad ska jag göra först? Först ska jag...”. Eleverna kan formulera sig under det inledande lärandet, medan de löser problem och eller efter att de har kommit fram till en lösning.⁶⁶

62 Gersten et al, 2008

63 Ashman & Conway, 1997. Se Mitchell, 2016

64 Mitchell 2016

65 Sterner & Trygg, 2019

66 Gersten et al, 2008

Uppgiftsorientering

Förutom att ha kunskap om sig själv och till viss mån kunna reglera sitt beteende handlar metakognitiv medvetenhet också om att ha förståelse för vad uppgifter kräver och ha nödvändiga strategier för att slutföra dem.⁶⁷ Den här förmågan ser mycket olika ut hos eleverna och en del behöver mycket stöd i detta. Ett annat sätt att beskriva det är att tala om uppgiftsorientering.

Uppgiftsorientering handlar om att arbeta koncentrerat med uppmärksamhet, engagemang, uthållighet och orientering mot uppgiften. Elever som har en god uppgiftsorientering har en vilja att lära sig något nytt samt ett intresse och en nyfikenhet som styrs av uppgiftens utmaningar. Elever med god uppgiftsorientering tål också vissa motgångar utan att ge upp. Elever med svag uppgiftsorientering fokuserar ofta mer på lärarens reaktioner än på själva uppgiften. De behöver lärarens stöd och bekräftelse i det mesta de gör och tenderar att lägga mindre tid på skolarbetet. För att stödja elever att utveckla en god uppgiftsorientering behöver de möta väl genomtänkta sekvenser av aktiviteter med omsorgsfullt utvalda uppgifter som är utmanande men inte skapar oöverstigliga hinder.⁶⁸

En del elever inser inte när de har hamnat i en återvändsgränd, att de ska använda en annan strategi eller att viktig information saknas. Insikten om att något är fel kommer ur frågor som ”Verkar detta rimligt?” och ”Kommer jag närmare en lösning?” Ett sätt att hjälpa eleverna med en sådan självutfrågning är att ha checklistor med frågor som uppmuntrar till metakognition.⁶⁹

Intensivundervisning

En metod som har visat sig vara framgångsrik är att arbeta med intensivundervisning. Lärare som har gjort utvecklingsarbete med intensivundervisning i matematik berättar bland annat att eleverna inte bara har utvecklat en mer positiv attityd till ämnet utan också till den egna förmågan. Detta har visat sig i högre motivation och större engagemang och ansvar för skolarbetet.⁷⁰

Nationellt centrum för matematik, NCM, har tillsammans med verksamma lärare utvecklat en modell för intensivundervisning. Modellen presenteras närmare i boken *Intensivundervisning i matematik* som är utgiven av NCM. Några av de centrala delarna i modellen är:

- Intensivundervisningen ges av en matematiklärare som är behörig för aktuell åldersgrupp.
- Undervisningen bygger på en period om tio veckor med fyra tillfällen à 20–40 minuter. På lågstadiet är det vanligt med cirka 20 minuter per tillfälle.

67 Palincsar, 2013. Se Hattie, Fisher & Frey, 2017

68 Sterner, 2020

69 Hattie et al, 2017

70 Lundqvist, Nilsson, Schentz & Sterner, 2011

- Intensivundervisningen är ett komplement till den ordinarie klassrumsundervisningen och bygger på ett nära samarbete mellan klasslärare och intensivlärare.
- Intensivundervisningen ges som ett erbjudande till eleven och elevens vårdnadshavare.
- Undervisningen bygger på noggrann kartläggning och analys av elevens kunskaper och färdigheter.
- Undervisningen bygger på forskning och beprövad erfarenhet.
- Under intensivperioden är kontakten mellan skola och hem frekvent.⁷¹

Ovan är ett exempel på hur intensivundervisning kan organiseras. Alla skolor har dock olika förutsättningar då det gäller tillgång till behöriga lärare och specialpedagogisk kompetens. Det är också viktigt att ha i åtanke att det inte är något ensamarbete för den enskilde läraren. För att kunna tillgodose organisatoriska och praktiska förutsättningar är det av stor vikt att rektor och elevhälsa är involverade.

Explicita instruktioner

Elever i matematiksvårigheter behöver direkt och kontinuerlig vägledning av dig som lärare. Hur tillgänglig lärmiljön än är, finns det elever som behöver återkommande stöd att arbeta metodiskt, upprepade förklaringar och stöd att plocka fram och sätta ord på kunskap.

På engelska talas det bland annat om *direct instruction* och *explicit teaching*. Begreppet *instructional scaffolding* förekommer också. Det sistnämnda begreppet illustrerar att det handlar om en stödjande och stabil interaktiv lärprocess mellan lärare och elev.⁷²

Det finns olika beskrivningar av explicit undervisning. Gemensamt är dock att eleven på ett strukturerat och målinriktat sätt får träna olika förmågor. Eleven får även stöd i att utvärdera sitt lärande under arbetets gång. Lärandet utgår från en modell som presenteras av läraren och som eleverna efter hand arbetar med allt mer självständigt. Läraren finns hela tiden med och ger återkoppling. Målet är att eleven ska kunna överföra sina nya kunskaper till ett nytt innehållsområde.⁷³

71 Sterner, 2020

72 Bruner, 1983. Palincsar & Brown, 1984. Vygotsky, 1978. Walqui, 2006. Wood, Bruner & Ross, 1976. Se Kong & Orosco, 2016

73 Almqvist, Malmqvist & Nilholm, 2015

Forskning visar att användandet av explicita instruktioner är framgångsrikt i matematikundervisningen för elever i matematiksvårigheter.⁷⁴ Särskilt framgångsrikt verkar det vara om läraren ger instruktionerna och lösningsstrategierna i väl genomtänkta steg och om eleverna får arbeta med en modell och lösning i taget.⁷⁵

Med explicita matematiska instruktioner avses alltså ett strukturerat pedagogiskt förhållningssätt där undervisningen genomförs utifrån vetenskaplig grund, så att den blir ändamålsenlig och effektiv gällande de specifika begrepp och förmågor eleven behöver utveckla förståelse för.

Stödande
Stabilt
Strukturerat

Allmänt om explicita instruktioner

På ett generellt plan består explicita matematiska instruktioner av tre delar:

1. Läraren presenterar det matematiska innehållet och eller en matematisk procedur för en elev och modellerar hur eleven kan arbeta med den aktuella typen av matematikuppgift.
2. Eleven tränar utifrån lärarens modellering, först med mycket stöd från läraren och därefter med successivt ökad självständighet. Såväl lärarens modellering som elevens egen träning innehåller både muntlig och skriftlig kommunikation med olika representationer.
3. Läraren ger återkoppling på hur eleven arbetar med det matematiska innehållet under hela processen.⁷⁶

För att metoden ska vara framgångsrik bör den explicita instruktionen innehålla:

- Enkla stegvisa procedurer för hur eleven kan gå tillväga för att lösa textuppgifter.
- En väl genomtänkt sekvensering i instruktionerna.
- Användning av bilder och konkret material.
- Uppmaning till eleven av sätta ord på såväl sina egna strategier som de strategier som undervisas.

Detta betyder inte att eleven alltid ska arbeta enskilt. Explicita matematiska instruktioner kan innehålla inslag av samarbete med klasskamrater, eftersom alla elever behöver komplexa lärmiljöer där de får möjlighet att undersöka och praktisera sina kunskaper.⁷⁷

74 Gersten et al, 2008. Almqvist et al, 2015

75 Gersten et al, 2008. Lundberg & Sterner, 2009

76 Doabler, Nelson, Stoolmiller, Fien, Clarke & Baker, 2018

77 Scherer, Beswick, DeBlois, Healy & Moser Opitz, 2016

Exempel på explicita instruktioner

Nedan beskrivs två exempel på sekvenser av instruktioner som visat sig vara framgångsrika i undervisningen av elever i matematiksvårigheter. Exempelen handlar till stor del om att lära ut hantering av benämnda textuppgifter där många elever har nytta av att lära sig metakognitiva strategier.

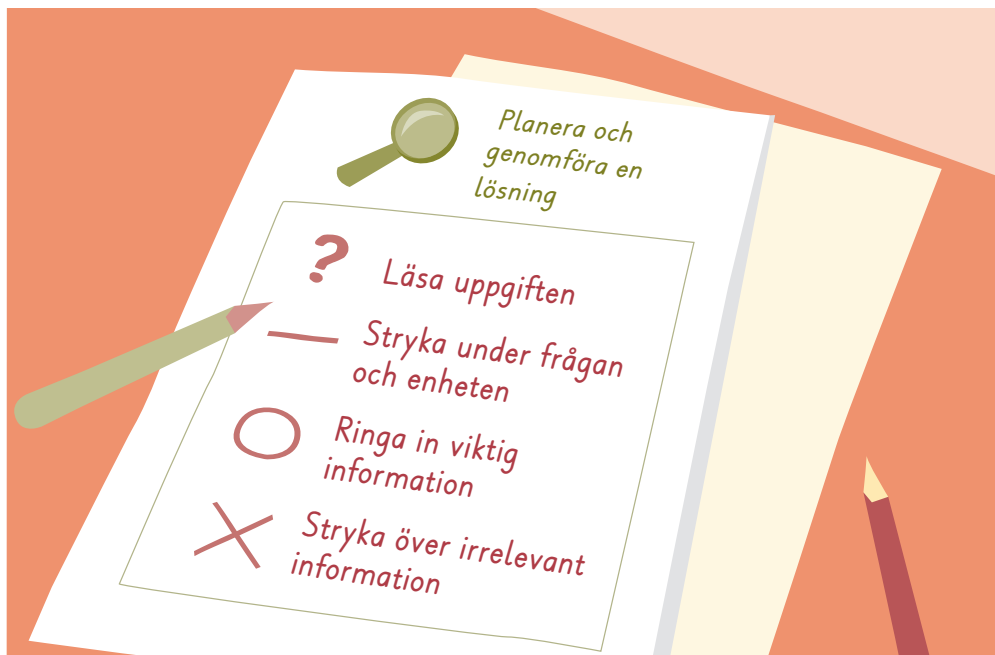
Textbaserade matematikuppgifter är ett vanligt fokus i insatser som inkluderar explicita matematiska instruktioner. Det övergripande målet är att elever ska kunna hantera textuppgifters struktur, lösa uppgifterna genom att följa en sekvens av instruktioner samt kunna utvärdera sin egen process och rimligheten i sina lösningar.

I det första exemplet ritar eleven en egen bild, och i det andra utgår lärare och elev från en blockmodell. Arbete med blockmodell kan se olika ut, det här är ett av många exempel.

EXEMPEL 1

Kim har 4 vindruvor i högra handen. Luca har dubbelt så många vindruvor. Hur många vindruvor har de tillsammans?

- Steg 1: Förstå uppgiften genom att läsa uppgiften, stryka under frågan och enheten, ringa in viktig information samt stryka över irrelevant information.
- Steg 2: Planera och genomföra en lösning genom att till exempel rita en bild.
- Steg 3: Återblicka genom att till exempel prova en alternativ lösningsmetod, kontrollera beräkningar och säkerställa att frågan som ställdes blivit besvarad.⁷⁸

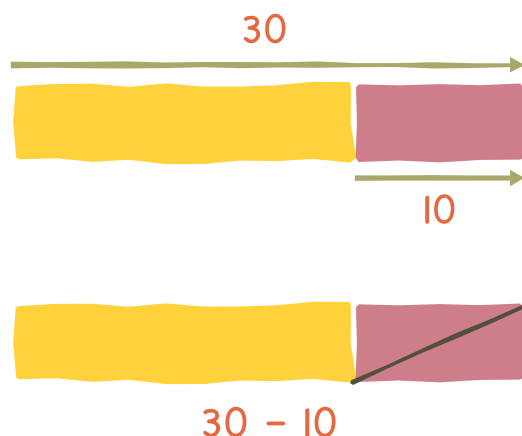


78 Pfannenstiel, Bryant, Bryant & Porterfield, 2015

EXEMPEL 2

Ranja vill gunga på rasten. Från lektionssalen till gungorna är det 30 meter. Hon har gått 10 meter när hon stannar för att knyta skorna. Hur långt har Ranja kvar att gå?

- Steg 1: Läsa uppgiften.
- Steg 2: Omformulera uppgiften skriftligt med egna ord och lämna plats för svaret. Exempel: "Ranja har ... meter kvar för att komma fram till gungorna." I aktuell studie lät man eleverna formulera sig i skrift men naturligtvis går detta att göra muntligt eller med skrivstöd.
- Steg 3: Identifiera vem och vad som är involverat i uppgiften.
- Steg 4: Rita en blockmodell.
- Steg 5: Lösa uppgiften med hjälp av en blockmodell. Dela upp problemet och identifiera den saknade variabeln.
- Steg 6: Skriva svar, återkoppla till punkt två och säkerställa att svaret är rimligt.⁷⁹



Stödinsats med fokus på språk

Elever kan av olika anledningar behöva stöd i att utveckla sin förmåga att läsa och ta sig an textbaserade uppgifter och att utveckla sitt matematiska ordförråd. Detta gäller inte minst elever som har svenska som sitt andraspråk.

Metoden nedan har fokus på matematikspråk och innehåller både språk-fokuserad undervisning och sekvens av instruktioner. Med matematikspråk avses matematiska begrepp samt ord och uttryck som ofta används i matematikundervisningen. Denna sekvens byggs upp i tre steg för att lösa problem där språk hålls i förgrunden.

79 Morin, Watson, Hester & Raver, 2017

- Steg 1. Eleven undervisas i matematikspråk. Genom att sätta ord och begrepp i ett sammanhang, bygga vidare på förståelse genom bilder och illustrationer och genom att använda aktuella ord i en textbaserad uppgift, modellerar läraren aktiviteten.
- Steg 2. Eleven undervisas i effektiva strategier för lösning av textuppgifter:
 - Vad vet du om frågan?
 - Hitta relevant information.
 - Ta bort irrelevant information.
 - Rita en bild av problemet.
 - Identifiera matteord och siffror.
 - Lös uppgiften.
 - Kontrollera lösningen.

Under arbetets gång identifierar läraren eventuella nya ord och begrepp som dyker upp och sätter dem i ett för eleven begripligt sammanhang. Läraren uppmuntrar hela tiden eleven att berätta och resonera.

- Steg 3. Då eleven behärskar och är bekväm med ord, begrepp och strategier man tränat på, ska eleven ges rika möjligheter att använda dessa i samarbete med lärare och klasskamrater.⁸⁰

I takt med att elevens förståelse för matematiska begrepp ökar, introducerar läraren med fördel allt mer komplexa problem. I studien som det här exemplet är hämtat från, använde man sig av textbaserade uppgifter i fyra nivåer och svårighetsgrader.

1. Enstegsproblem med ett enkelt språk.
2. Enstegsproblem med mer komplext språk och irrelevant information.
3. Flerstegsproblem med ett enkelt språk.
4. Flerstegsproblem med mer komplext språk och irrelevant information.

Exempel på uppgifter på respektive nivå:

1. Robert har fyra röda och fem lila kulor. Hur många kulor har Robert?
2. Robert har fyra röda och fem lila kulor. Roberts vän, Scott, har tjugo kulor. Hur många kulor har Robert?
3. Robert har fem kulor. Roberts vän, Scott, har tio fler kulor än Robert. Hur många kulor har Robert och Scott tillsammans?

⁸⁰ Kong & Orosco, 2016

4. Robert har fyra röda kulor och fem lila kulor. Roberts vän, Scott, har tio fler lila kulor än Robert. Han har också fem röda kulor. Hur många lila kulor har Robert och Scott tillsammans?

I studien understryks betydelsen av att eleven får den undervisning och tid som krävs på respektive nivå. Mer komplexa uppgifter introduceras först när eleven uppvisar att kunskaper och färdigheter är befästa.⁸¹

Stödinsats med fokus på aritmetik

Det finns också exempel på studier där explicita instruktioner gällande textbaserade uppgifter kombineras med undervisning i räknestrategier. För ett gott resultat behöver läraren utarbeta en tydlig struktur över vilka typer av uppgifter som undervisningen fokuserar på vid olika tidpunkter över tid.⁸² Läraren stödjer och utvecklar på detta sätt elevens förmåga att kunna identifiera många uppgifter som på ytan kan se olika ut men som matematiskt tillhör samma problemtyp. ”Johan har 50 kronor mer än Katia” är samma typ av uppgift som ”Katia är 15 centimeter längre än Jan”. De ser visserligen olika ut men båda tillhör samma kategori av textuppgifter. Ju fler problemtyper med samma struktur som eleverna möter, desto större är möjligheten att upptäcka samband mellan tidigare kända och nya okända textuppgifter som tillhör samma kategori.⁸³

Exempelvis kan uppgifterna struktureras och grupperas i problem som handlar om:

- Mängder som kombineras.
EXEMPEL: I fruktskålen finns tre bananer och fyra äpplen. Hur många frukter finns det i skålen?
- Mängder som jämförs.
EXEMPEL: I parken finns två rutschkanor och sex gungor. Hur många fler gungor än rutschkanor finns det?
- Mängder som ökar eller minskar.
EXEMPEL: I ett träd sitter tjugo fåglar. Fem av dem flyger iväg. Hur många fåglar finns det kvar?

Som tidigare beskrivits ökar läraren med tiden komplexiteten och svårighetsgraden i uppgifterna med ett mer komplext språk och fler inslag av irrelevant information. I en aktuell studie uppmanas eleven att inledningsvis försöka beskriva vilket slags problem det handlar om.

- Steg 1: Läs uppgiften.
- Steg 2: Stryk under frågan.

81 Kong & Orosco, 2016

82 Moscardini, 2010

83 Lundberg & Sterner, 2009

- Steg 3: Identifiera typ av textuppgift.
- Steg 4: Välj aritmetisk metod och lös uppgiften.

I samband med att eleven ska lösa uppgiften undervisar läraren i en aktuell räknestrategi. Det finns en mängd strategier och det här är ett exempel:

Addition – räkna uppåt: För att lösa $6 + 8$ uppmuntras eleven att hålla siffran åtta i huvudet och sedan hålla upp ett finger och säga nio, hålla upp ett finger till och säga tio. Eleven fortsätter att hålla upp fingrar och säger elva, tolv, tretton och hamnar på fjorton. I studien inleds varje lektion med att eleverna får träna sina räknestrategier tillsammans med sin lärare som kan ge omedelbar återkoppling.⁸⁴

I studien ovan användes fingerräkning men som tidigare nämnts ska undervisningen sträva efter att eleven utvecklar en mer effektiv metod. Gemensamt för många elever som kämpar med tal och räkning är att de har fastnat i just fingerräkning. En utveckling av strategin ovan skulle kunna vara att eleven går från siffran åtta upp till det jämna tiotalet för att sedan addera fyra, det vill säga $8 + 2 + 4 = 14$. Detta görs gärna med stöd av en tallinje.

Stödinsats med fokus på tallinjen

Vi har tidigare i stödmaterialet visat på betydelsen av att stödja det visuella arbetsminnet för elever i matematiksvårigheter. Ett sätt att göra det på är att utgå från olika representationer. I exemplet tidigare ritas eleverna en bild av textuppgifternas innehåll. Genom att eleverna på detta sätt själva översätter mellan olika representationer kan de utveckla bättre begreppsförståelse för det matematiska innehållet.⁸⁵ Användandet av representationer kan även utgöra en stödjande struktur i sig och lärare kan också använda explicita matematiska instruktioner i undervisning med och om representationer.

Talrad och tallinje

Hos elever i skolans tidigare årskurser och hos elever i matematiksvårigheter uppfattas ofta tal som samlingar av entals-enheter. Dessa elever behöver stöd i att själva börja konstruera en mental tallinje. En inre bild av talen är också en grund för en senare utvidgning av talområdet från naturliga tal till bråk- och decimaltal.⁸⁶ Tallinjen kan användas som modell för att tänka, utföra beräkningar, resonera och kommunicera om tal. För att den ska kunna fungera som en modell för tanken måste det dock vara en modell av talen som tolkas på samma sätt av både lärare och elev. Först då lärare och elev är trygga med tallinjen kan den användas för att exempelvis visa huvudräkningsstrategier.⁸⁷

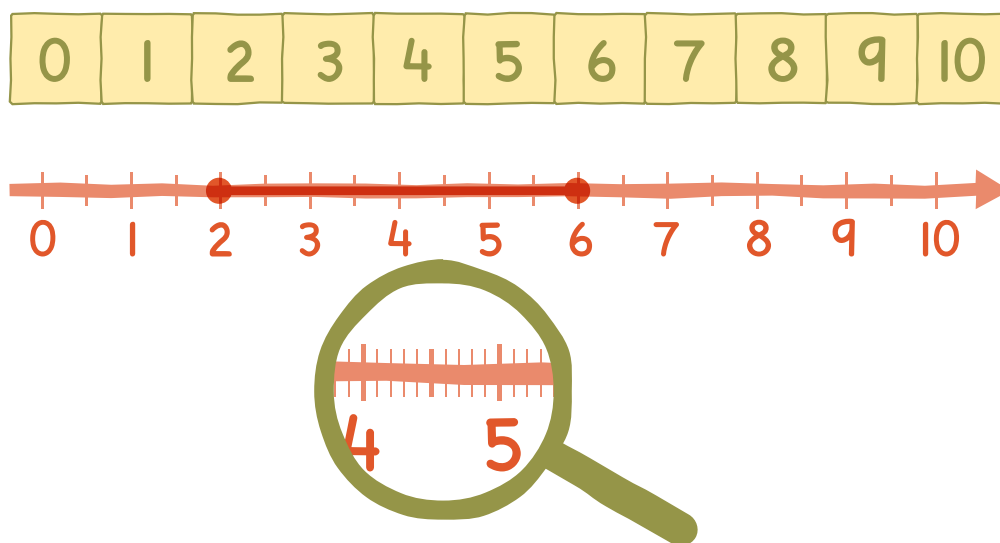
84 Powell, Fuchs & Fuchs, 2010

85 Acar, 2012

86 Lundberg & Sterner, 2009. Kilhamn, 2014

87 Kilhamn, 2014

Arbete med tallinjen föregås dock, eller kombineras med, arbete med talraden. En talrad visar talets position i förhållande till andra tal medan en tallinje kan illustrera talen på en mängd olika sätt. Talet 4 kan dels vara en punkt på tallinjen som visar ordningen. Det är även en sträcka som mäter avståndet mellan 0 och punkten 4. Talet 4 kan också visa avståndet mellan 2 och 6 eller som en rörelse 4 enheter framåt, det vill säga addition med talet 4, eller rörelse bakåt och då i form av subtraktion med talet 4.⁸⁸ Att arbeta med talrader och tallinjer hjälper elever i matematiksvårigheter att börja se talens uppbyggnad och att förstå de räkneord som används i matematiken.⁸⁹



Tom tallinje

När tallinjen ska vara en tankemodell är det bra om den är enkel. Att utgå från en tom tallinje innebär att inga tal eller markeringar finns från början. Den tomma tallinjen gör att lärare och elev är fria att göra egna uppdelningar och endast markera de tal som behövs.⁹⁰

En metod för undervisning av bråkräkning är att använda en tom tallinje. En studie visade att elever i matematiksvårigheter hade stora svårigheter att placera tal på en tom tallinje. Det gav i sin tur problem med bråkräkningen.

I studien jämfördes olika undervisningsmetoder i relation till elevers lärande under tre år. Förutom tallinjen studerades bland annat elevernas uppmärksamhet, arbetsminne, proportionella resonemang och beräkning med heltal. Det var dock förståelsen för tallinjen som visade sig både påverka och förutsäga elevernas lärande i bråk mest. Studien ger därmed stöd för undervisning med tom tallinje i bråkundervisning.⁹¹

88 Kilhamn, 2014

89 Butterworth & Yeo, 2010

90 Kilhamn, 2014

91 Jordan, Resnick, Rodrigues, Hansen & Dyson, 2017

Referenser

- Acar, E. (2012). What Does the Literature Tell Us about Children with Mathematical Difficulties and Teachers' Attitudes or Instruction Practices? *Educational Policy Analysis and Strategic Research*, 7(1), 39–51.
- Barton, C. (2019). *Hjärnan i matematikundervisningen*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Bergström, M. & Nyberg, C. (2020). UmeMatte – intensivundervisning utanför skolan. I L. Nilsson (Red.), *Intensivundervisning i matematik*. Göteborg: Nationellt Centrum för matematik, Göteborgs universitet.
- Butterworth, B. & Yeo, D. (2010). *Dyskalkyli. Att hjälpa elever med specifika matematiksvårigheter*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Butterworth, B. (2019). *Dyscalculia: from science to education*. London: Routledge.
- Dahlberg, U & Nilsson, L. (2020). Steget före-undervisning i Ma2b på gymnasiet. I L. Nilsson (Red.), *Intensivundervisning i matematik*. Göteborg: Nationellt Centrum för matematik, Göteborgs universitet.
- Doabler, C., Nelson, N., Kennedy, P., Stoolmiller, M., Fien, H., Clarke, B. & Baker, S. (2018). Investigating the Longitudinal Effects of a Core Mathematics Program on Evidence-Based Teaching Practices in Mathematics. *Learning Disability Quarterly*, 41(3), 144–158.
- Dowker, A. (2004). *What works for children with mathematical difficulties?*. Nottingham: DfES Publications.
- Dowker, A. (2019). Children's Mathematical Learning Difficulties: Some Contributory Factors and Interventions. In A. Fritz, V. Gerald Haase & P. Rasanen (Eds.), *International handbook of mathematical learning difficulties: from the laboratory to the classroom*. Cham, Switzerland: Springer Nature.
- Gersten, R., Chard, D., Jayanthi, M., Baker, S., Morphy, O., & Flojo, J. (2008). *Mathematics instruction for students with learning disabilities or difficulty learning mathematics: A synthesis of the intervention research*. Portsmouth, NH: RMC Research Corporation, Center on Instruction.
- Gersten, R., Chard, D., Jayanthi, M., Baker, S., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional Components. *Review of Educational Research*, Vol. 79, No. 3, pp. 1202–1242.

- Griffin, S. (2007). Early intervention for children at risk of developing mathematical learning difficulties. In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*. Paul H Brookes Publishing.
- Gärdenfors, P. (2010). *Lusten att förstå: om lärande på människans villkor*. (1. utg.) Stockholm: Natur & Kultur.
- Hallin, A.E. (2019). *Förstå och arbeta med språkstörning*. (Första upplagens första tryckning). Stockholm: Natur & Kultur.
- Hattie, J., Fisher, D. & Frey, N. (2017). *Framgångsrik undervisning i matematik: en praktisk handbok*. (Första utgåvan). Stockholm: Natur & Kultur.
- Helenius, O. (2020). [Samtal] 22 juni 2020.
- Jordan, N.C., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N. & Dyson, N. (2017). Delaware longitudinal study of fraction learning: Implications for helping children with mathematical difficulties. *Journal of learning disabilities*, 50(6), 621–630.
- Kilhamn, C. (2014). *Tallinjen som ett didaktiskt redskap*. Nämnaren Nr 2. Göteborg: Nationellt centrum för matematik, Göteborgs universitet.
- Kong, J.E. & Orosco, M.J. (2016). Word-Problem-Solving Strategy for Minority Students at risk for math difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 39(3), 171–181.
- Lundberg, I., & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli – finns det? Aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal*. Göteborg: Nationellt centrum för matematik, Göteborgs universitet.
- Mainela-Arnold, E., Alibali, M. W., Ryan, K., & Evans, J. L. (2011). Knowledge of mathematical equivalence in children with specific language impairment: Insights from gesture and speech. *Language, Speech, and Hearing Services in Schools*, 42, 18–30.
- Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Mitchell, D. (2016). *Inkludering i skolan. Undervisningsstrategier som fungerar*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Morin, L.L., Watson, S.M.R., Hester, P. & Raver, S. (2017). The use of Bar Model Drawing to teach word problem solving to students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 40(2), 91–104.

- Moscardini, L. (2010). "I like It Instead of Maths": How pupils with moderate learning difficulties in Scottish primary special schools intuitively solved mathematical word problems. *British Journal of Special Education*, 37(3), 130–138.
- Pfannenstiel, K.H., Bryant, D. P. Bryant, B.R., & Porterfield, J.A. (2015). Cognitive Strategy Instruction for Teaching Word Problems to Primary-Level Struggling Students. *Intervention in School and Clinic*, 50(5), 291–296.
- Powell, S.R., Fuchs, L.S. & Fuchs, D. (2010). Embedded Number-Combinations practice within word-problem tutoring. *Intervention in School and Clinic*, 46(1), 22–30.
- Roos, H. (2016). Inkludering i matematik – vad kan det vara? *Nämnamnaren*, 2016:1.
- Roos, H. (2019). *The meaning(s) of inclusion in mathematics in student talk: inclusion as a topic when students talk about learning and teaching in mathematics*. Diss. (sammanfattning) Växjö: Linnéuniversitetet.
- Roos, H. (2020). *Inkluderande matematikundervisning*. (Första utgåvan). Stockholm: Natur & Kultur.
- Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L. & Moser Opitz, E. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties, how can research support practice? In: G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th international Congress on Mathematical education*. Hamburg: Springer Open.
- SFS 2010:800. *Skollag*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Sjölund, A., Jahn, C., Lindgren, A. & Reuterswärd, M. (2017). *Autism och ADHD i skolan. Handbok i tydliggörande pedagogik*. Natur & Kultur, Stockholm.
- Skagerlund, K., Östergren, R., Västfjäll, D. & Träff, U. (2019). How does mathematics anxiety impair mathematical abilities? Investigating the link between math anxiety, working memory, and number processing. *PLoS ONE*. (14:1).
- Skolverket (2014). *Arbete med extra anpassningar, särskilt stöd och åtgärdsprogram*. Stockholm: Skolverket.
- Specialpedagogiska skolmyndigheten. (2018). *Värderingsverktyget för tillgänglig utbildning*. Härnösand: Specialpedagogiska skolmyndigheten.

Sterner, G., Helenius, O. & Wallby, K. (2014). *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.

Sterner, G. (2020). En effektiv modell. I L. Nilsson (Red.), *Intensivundervisning i matematik*. Göteborg: Nationellt Centrum för matematik, Göteborgs universitet.

Elektroniska källor

Almqvist, L., Malmqvist, J. & Nilholm, C. (2015). Vilka stödinsatser främjar uppfyllelse av kunskapsmål för elever i svårigheter? – en syntes av metaanalyser [Elektronisk resurs]. *Tre forskningsöversikter inom området specialpedagogik/inkludering*, <https://www.vr.se>, 25 september 2020, kl 14.58

Holgerson, I. (2018). *Trösklar i matematiklärandet*. Högskolan Kristianstad. Skolverket: <http://larportalen.skolverket.se>, 25 september 2020, kl 14.59

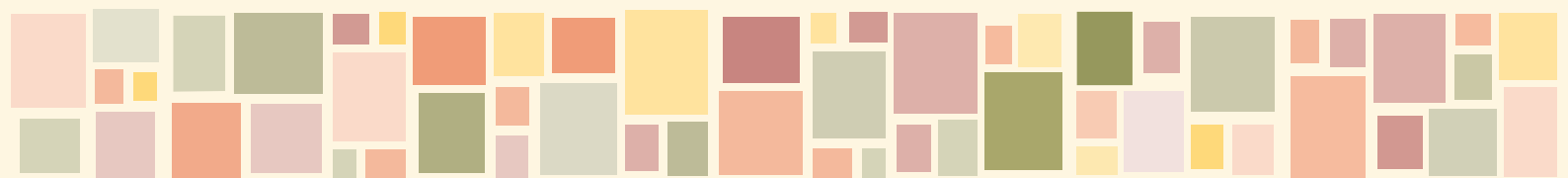
Lundqvist, P., Nilsson, B., Schentz, E-G & Sterner, G. *Intensivundervisning med gott resultat*. ncm.gu.se/media/namnaren/npn/2011_1/4450_lundqvistmfl.pdf, 25 september 2020, kl 15.00

Roos, H. & Trygg, L. (2018). *Begrepp och representationer (åk 1-3)* [Elektronisk resurs]. <http://larportalen.skolverket.se>, 25 september 2020, kl 15.01

Skolverket, www.skolverket.se/undervisning/grundskolan/bedomning-i-grundskolan/bedomningsstod-i-amnen-i-grundskolan/bedomningsstod-matematik-grundskolan, 25 september 2020, kl 15.02

Skolverket, www.skolverket.se/undervisning/forskoleklassen/kartlaggning-i-forskoleklassen, 25 september 2020, kl 15.02

Sterner, G. & Trygg, L. (2019). *Undervisningsmetoder och arbetssätt*. <http://larportalen.skolverket.se>, 25 september 2020, kl 15



En likvärdig utbildning för alla

Hos Specialpedagogiska skolmyndigheten får du stöd när du skapar lärmiljöer som är utvecklande och tillgängliga för alla. Vi erbjuder specialpedagogiskt stöd till förskolor och skolor i hela landet, svarar på frågor och erbjuder kurser och konferenser. Vi driver också flera specialsolor för olika målgrupper, fördelar statsbidrag och utvecklar läromedel. Välkommen till Sveriges största kunskapsbank inom specialpedagogik.